FERRY FERDIANTO, S.T., M.Pd.

LOGIKA MATEMATIKA

PRODI PENDIDIKAN MATEMATIKA
UNIVERSITAS SWADAYA GUNUNG JATI
CIREBON
2011

© TemplatesWise.com

PENGANTAR LOGIKA

1. Konsep Logika

Apakah logika itu ?

Seringkali Logika didefinisikan sebagai ilmu untuk berfikir dan menalar dengan benar (sehingga didapatkan kesimpulan yang absah).

Manusia mampu mengembangkan pengetahuan karena mempunyai bahasa dan kemampuan menalar. Untuk dapat menarik konklusi yang tepat, diperlukan kemampuan menalar. Kemampuan menalar adalah kemampuan untuk menarik konklusi yang tepat dari bukti-bukti yang ada, dan menurut aturan-aturan tertentu.

2. Pentingnya Belajar Logika

Belajar logika (logika simbolik) dapat meningkatkan kemampuan menalar kita, karena dengan belajar logika :

a. Kita mengenali dan menggunakan bentuk-bentuk umum tertentu dari cara penarikan konklusi yang absah, dan menghindari kesalahan-kesalahan yang bisa dijumpai.

b. Kita dapat memperpanjang rangkaian penalaran itu untuk menyelesaikan problem-problem yang lebih kompleks.

PENGANTAR LOGIKA

3. Sejarah Ringkas dan Perkembangan Logika

Manusia belajar logika sejak jaman Yunani Kuno. Aristoteles (384 - 322 SM) adalah seorang filsuf yang mengembangkan logika pada jaman itu, yang pada waktu itu dikenal dengan sebutan logika tradisional.

Terdapat 5 aliran besar dalam logika, yaitu :

1. Aliran Logika Tradisional

   Logika ditafsirkan sebagai suatu kumpulan aturan praktis yang menjadi petunjuk pemikiran.

2. Aliran Logika Metafisis

   Susunan pikiran itu dianggap kenyataan, sehingga logika dianggap seperti metafisika. Tugas pokok logika adalah menafsirkan pikiran sebagai suatu tahap dari struktur kenyataan. Sebab itu untuk mengetahui kenyataan, orang harus belajar logika lebih dahulu.

3. Aliran Logika Epistemologis

   Dipelopori oleh Francis Herbert Bradley (1846 - 1924) dan Bernard Bosanquet (1848 - 1923). Untuk dapat mencapai pengetahuan yang memadai, pikiran logis dan perasaan harus digabung. Demikian juga untuk mencapai kebenaran, logika harus dihubungkan dengan seluruh pengetahuan lainnya.

PENGANTAR LOGIKA

4. Aliran Logika Instrumentalis (Aliran Logika Pragmatis)

Dipelopori oleh John Dewey (1859 - 1952). Logika dianggap sebagai alat (instrumen) untuk memecahkan masalah.

5. Aliran Logika Simbolis

Dipelopori oleh Leibniz, Boole dan De Morgan. Aliran ini sangat menekankan penggunaan bahasa simbol untuk mempelajari secara terinci, bagaimana akal harus bekerja. Metode-metode dalam mengembangkan matematika banyak digunakan oleh aliran ini, sehingga aliran ini berkembang sangat teknis dan ilmiah serta bercorak matematika, yang kemudian disebut Logika Matematika (Mathematical Logic). G.W. Leibniz (1646 - 1716) dianggap sebagai matematikawan pertama yang mempelajari Logika Simbolik.

Pada abad kesembilan belas, George Boole (1815 - 1864) berhasil mengembangkan Logika Simbolik. Bukunya yang berjudul Low of Though mengembangkan logika sebagai sistem matematika yang abstrak. Logika Simbolik ini merupakan logika formal yang semata-mata menelaah bentuk dan bukan isi dari apa yang dibicarakan.

PENGANTAR LOGIKA

Karena akan dibahas banyak mengenai Logika Simbolik maka berikut ini disampaikan dua pendapat tentang Logika Simbolik yang merangkum keseluruhan maknanya.

1. Logika simbolik adalah ilmu tentang penyimpulan yang sah (absah), khususnya yang dikembangkan dengan penggunaan metode-metode matematika dan dengan bantuan simbol-simbol khusus sehingga memungkinkan seseorang menghindarkan makna ganda dari bahasa sehari-hari (Frederick B. Fitch dalam bukunya "Symbolic Logic").

2. Pemakaian simbol-simbol matematika untuk mewakili bahasa. Simbol-simbol itu diolah sesuai dengan aturan-aturan matematika untuk menetapkan apakah suatu pernyataan bernilai benar atau salah.

Studi tentang logika berkembang terus dan sekarang logika menjadi ilmu pengetahuan yang luas dan yang cenderung mempunyai sifat teknis dan ilmiah. Aljabar Boole, salah satu topik yang merupakan perluasan logika (dan teori himpunan), sekarang ini digunakan secara luas dalam mendesain komputer. Penggunaan simbol-simbol Boole dapat mengurangi banyak kesalahan dalam penalaran.

Ketidakjelasan berbahasa dapat dihindari dengan menggunakan simbol-simbol, karena setelah problem diterjemahkan ke dalam notasi simbolik, penyelesaiannya menjadi bersifat mekanis. Tokoh-tokoh terkenal lainnya yang menjadi pendukung perkembangan logika simbolik adalah De Morgan, Leonard Euler (1707 - 1783), John Venn (1834 - 1923), Alfred North Whitehead dan Bertrand Russell (1872 - 1970).

PERNYATAAN

Kalimat adalah kumpulan kata yang disusun menurut aturan tata bahasa. *Kata* adalah rangkaian huruf yang mengandung arti. Kalimat berarti rangkaian kata yang disusun menurut aturan tata bahasa dan mengandung arti. Dalam logika matematika hanya dibicarakan kalimat-kalimat berarti yang menerangkan (kalimat deklaratif/indicative sentences).

Contoh :

1. 4 kurang dari 5
2. 2. Indonesia terdiri atas 33 propinsi
3. 2 adalah bilangan prima yang genap
4. 3 adalah bilangan genap

dan tidak akan dibicarakan kalimat-kalimat seperti :

5. Berapa umurmu ? (Kalimat tanya)
6. Bersihkan tempat tidurmu ! (Kalimat perintah)
7. Sejuk benar udara di sini ! (Kalimat ungkapan perasaan)
8. Mudah-mudahan terkabul cita-citamu. (Kalimat pengharapan)

PERNYATAAN

1. **Pernyataan**

Definisi : *Suatu pernyataan (statement) adalah suatu kalimat deklaratif yang bernilai benar saja, atau salah saja, tetapi tidak sekaligus benar dan salah.*

Contoh :

Kalimat 1, 2, 3, dan 4

Benar atau salahnya sebuah pernyataan disebut nilai kebenaran pernyataan itu.

PERNYATAAN

Seperti telah kita ketahui, menurut jenisnya suatu kalimat secara sederhana dapat dibagi seperti di bawah ini

- Kalimat
  - Kalimat berarti
    - Kalimat Deklaratif
      - bernilai benar
      - bernilai salah
    - Bukan Kalimat Deklaratif
  - Kalimat tak berarti

Bukan pernyataan (bukan kalimat deklaratif) contohnya : Kalimat 5, 6, 7, dan 8.

Sedang kalimat tak berarti contohnya :

9. Batu makan rumput
10. 3 melempari 5

KALIMAT TERBUKA

Definisi : *Kalimat terbuka adalah kalimat yang mengandung variabel, dan jika variabel tersebut diganti konstanta dari semesta yang sesuai maka kalimat itu akan menjadi kalimat yang bernilai benar saja atau bernilai salah saja (pernyataan).*

CONTOH?

LATIHAN

Tentukan kalimat mana yang merupakan pernyataan !

1. Jakarta ibu kota RI
2. Silakan duduk !
3. Hati-hati menyeberang !
4. Semoga kalian lulus ujian
5. $7 < 6$
6. Plato habis dibagi 11.
7. Udel jatuh dari sepeda.
8. $(x + y)$
9. $(x - 1)$
10. Saya seorang mahasiswa
11. $3p > 2p$
12. $9x - 1 = 8$
13. Berapa 9 dikurangi 7 ?
14. Manusia makan nasi.

KATA HUBUNG KALIMAT

Pernyataan majemuk terdiri dari satu atau lebih pernyataan sederhana yang dihubungkan dengan kata hubung kalimat (connective) tertentu. Dalam bahasa Indonesia kita sering menggunakan kata-kata “tidak”, “dan”, “atau”, “jika. . . maka. . .”, “jika dan hanya jika”.

ada lima macam kata hubung kalimat yaitu negasi, konjungsi, disjungsi, kondisional, dan bikondisional.

Negasi tidak menghubungkan dua buah pernyataan sederhana, tetapi tetap dianggap sebagai kata hubung kalimat, yaitu menegasikan pernyataan sederhana (ada yang menganggap bahwa negasi suatu pernyataan sederhana bukan pernyataan majemuk).

NEGASI

Perhatikan pernyataan : “Sekarang hari hujan” bagaimana ingkaran pernyataan itu ? Anda dapat dengan mudah menjawab : "Sekarang hari tidak hujan”. Jika pernyataan semula bernilai benar maka ingkaran pernyataan itu bernilai salah.

Definisi : *Ingkaran suatu pernyataan adalah pernyataan yang bernilai benar, jika pernyataan semula salah, sebaliknya. Ingkaran pernyataan p ditulis ~ p*

Contoh :

1. Jika p : Jakarta ibu kota RI (B)
   maka ~ p : Tidak benar bahwa Jakarta ibu kota RI (S)
   atau ~ p : Jakarta bukan ibu kota RI (S)
2. Jika q : Zainal memakai kaca mata
   maka ~ q : Tidak benar bahwa Zainal memakai kaca mata
   atau ~ q : Zaibal tidak memakai kaca mata

q akan bernilai salah jika Zainal benar-benar memakai kaca mata.

Membentuk ingkaran suatu pernyataan dapat dengan menambahkan kata-kata tidak benar bahwa di depan pernyataan aslinya, atau jika mungkin dengan menambah bukan atau tidak di dalam pernyataan itu, tetapi untuk pernyataan-pernyataan tertentu tidak demikian halnya.

Berdasarkan definisi di atas, dapat dibuat Tabel Kebenaran untuk ingkaran seperti berikut:

p	~p
B	S
S	B

LATIHAN

1. Tulislah negasi dari pernyataan-pernyataan berikut ini !
    a. Harga BBM naik
    b. 2 = 3
    c. Bajuku hitam
    d. Semua jenis ikan bertelur
    e. Beberapa astronot adalah wanita

2. Perhatikan pernyataan-pernyataan di bawah ini :

    p : Bumi berbentuk bulat

    q : Bumi bukan berbentuk bulat

    r : Bumi berbentuk kubus

    a. Apakah q negasi dari p ?
    b. Apakah r negasi dari p ? Berikan alasanmu dengan mengingat definisi negasi suatu pernyataan.

3. Tentukan negasi dari pernyataan :

a. Mungkin akan hujan salju haari ini.

4. Untuk setiap nomor berikut ini diberikan dua buah pernyataan, tentukan apakah pernyataan kedua adalah ingkaran pernyataan pertama.

a. Eileen seorang sarjana.
   Eileen bukan sarjana.

b. Semua anak haus.
   Seorang anak tidak haus.

c. Beberapa ekor kelinci berwarna putih.
   Beberapa ekor kelinci berwarna hitam.

d. Semua mahasiswa berseragam abu-abu.
   Beberapa mahasiswa berseragam putih-putih.

DISJUNGSI

Sekarang perhatikan pernyataan : “Tobing seorang mahasiswa yang cemerlang atau seorang atlit berbakat”.

Membaca pernyataan itu akan timbul tafsiran :

1. Tobing seorang mahasiswa yang cemerlang, atau seorang atlit yang berbakat, tetapi tidak kedua-duanya, atau
2. Tobing seorang mahasiswa yang cemerlang, atau seorang atlit yang berbakat, mungkin kedua-duanya.

Tafsiran pertama adalah contoh disjungsi eksklusif dan tafsiran kedua adalah contoh disjungsi inklusif.

Jika pernyataan semula benar, maka keduanya dari tafsiran 1 atau 2 adalah benar (untuk disjungsi inklusif), mungkin benar salah satu (untuk disjungsi eksklusif), dan sebaliknya. Lebih dari itu, jika pernyataan semula salah, maka kedua tafsiran itu tentu salah (untuk disjungsi inklusif dan eksklusif).

Berdasarkan pengertian di atas, dua buah pernyataan yang dihubungkan dengan ”atau” merupakan disjungsi dari kedua pernyataan semula.

Dibedakan antara :
1. disjungsi inklusif yang diberi simbol “$\vee$" dan
2. disjungsi eksklusif yang diberi simbol “$\underline{\vee}$”.

DISJUNGSI

Definisi : *Suatu disjungsi inklusif bernilai benar apabila paling sedikit satu komponennya bernilai benar.*

Berdasarkan definisi di atas, dapat disusun tabel kebenaran untuk disjungsi inklusif seperti berikut:

p	q	pvq
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Kondisional (Implikasi atau Pernyataan Bersyarat)

Perhatikan pernyataan berikut ini: “Jika matahari bersinar maka udara terasa hangat”, jadi, bila kita tahu bahwa matahari bersinar, kita juga tahu bahwa udara terasa hangat. Karena itu akan sama artinya jika kalimat di atas kita tulis sebagai:

“Bila matahari bersinar, udara terasa hangat”.

”Sepanjang waktu matahari bersinar, udara terasa hangat”.

“Matahari bersinar berimplikasi udara terasa hangat”.

“Matahari bersinar hanya jika udara terasa hangat”.

Berdasarkan pernyataan diatas, maka untuk menunjukkan bahwa udara tersebut hangat adalah cukup dengan menunjukkan bahwa matahari bersinar atau matahari bersinar merupakan syarat cukup untuk udara terasa hangat.

Sedangkan untuk menunjukkan bahwa matahari bersinar adalah perlu dengan menunjukkan udara menjadi hangat atau udara terasa hangat merupakan syarat perlu bagi matahari bersinar. Karena udara dapat menjadi hangat hanya bila matahari bersinar.

IMPLIKASI

Banyak pernyataan, terutama dalam matematika, yang berbentuk “jika p maka q”, pernyataan demikian disebut implikasi atau pernyataan bersyarat (kondisional) dan ditulis sebagai $p \Rightarrow q$.

Pernyataan $p \Rightarrow q$ juga disebut sebagai pernyataan implikatif atau pernyataan kondisional.

Pernyataan $p \Rightarrow q$ dapat dibaca:

a. Jika p maka q

b. p berimplikasi q

c. p hanya jika q

d. q jika p

IMPLIKASI

Definisi : *Implikasi p ⇒ q bernilai benar jika anteseden salah atau konsekuen benar.*

Berbeda dengan pengertian implikasi sehari-hari maka pengertian implikasi disini hanya ditentukan oleh nilai kebenaran dari anteseden dan konsekuennya saja, dan bukan oleh ada atau tidak adanya hubungan isi antara anteseden dan konsekuen. Implikasi ini disebut implikasi material. Sedang implikasi yang dijumpai dalam percakapan sehari-hari disebut implikasi biasa (ordinary implication).

Contoh:

1. jika p : burung mempunyai sayap (B), dan
   q : 2 + 3 = 5 (B)
   maka p ⇒ q : jika burung mempunyai sayap maka 2 + 3 = 5 (B)

2. jika r : x bilangan cacah (B), dan
   s : x bilangan bulat positif (S)
   maka p ⇒ q : jika x bilangan cacah maka x bilangan bulat positif (S).

IMPLIKASI

Berdasarkan definisi diatas dapat disusun tabel kebenaran untuk implikasi seperti berikut.

p	q	$p \Rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Bikondisional (Biimplikasi Atau Pernyataan Bersyarat Ganda)

Perhatikan kalimat: ”Jika segi tiga ABC sama kaki maka kedua sudut alasnya sama besar”. Jelas implikasi ini bernilai benar. Kemudian perhatikan: “Jika kedua sudut alas segi tiga ABC sama besar maka segi tiga itu sama kaki”. Jelas bahwa implikasi ini juga bernilai benar. Sehingga segi tiga ABC sama kaki merupakan syarat perlu dan cukup bagi kedua alasnya sama besar, juga kedua sudut alas sama besar merupakan syarat perlu dan cukup untuk segi tiga ABC sama kaki. Sehingga dapat dikatakan “Segi tiga ABC sama kaki merupakan syarat perlu dan cukup untuk kedua sudut alasnya sama besar”.

Perhatikan kalimat: “Saya memakai mantel jika dan hanya jika saya merasa dingin”. Pengertian kita adalah “Jika saya memakai mantel maka saya merasa dingin” dan juga “Jika saya merasa dingin maka saya memakai mantel”. Terlihat bahwa jika saya memakai mantel merupakan syarat perlu dan cukup bagi saya merasa dingin, dan saya merasa dingin merupakan syarat perlu dan cukup bagi saya memakai mantel. Terlihat bahwa kedua peristiwa itu terjadi serentak.

BIIMPLIKASI

Definisi : *Pernyataan bikondisional bernilai benar hanya jika komponen-komponennya bernilai sama.*

Contoh:

1. Jika p : 2 bilangan genap (B)
   q : 3 bilangan ganjil (B)
   maka $p \Leftrightarrow q$: 2 bilangan genap jhj 3 bilangan ganjil (B)

2. Jika r : $2 + 2 \neq 5$ (B)
   s : $4 + 4 < 8$ (S)
   maka $r \Leftrightarrow s$: $2 + 2 \neq 5$ jhj $4 + 4 < 8$ (S)

3. Jika a : Surabaya ada di jawa barat (S)
   b : $23 = 6$ (S)
   maka $a \Leftrightarrow b$: Surabaya ada di jawa barat jhj $23 = 6$ (B)

BIIMPLIKASI

Berdasarkan definisi diatas dapat disusun tabel kebenaran untuk bimplikasi seperti disamping.

p	q	$p \Leftrightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

LATIHAN

- Diketahui “p : pelaut itu gagah” dan “q : pelaut itu berbadan tinggi”.

Nyatakan kalimat-kalimat berikut dalam bentuk simbolik menggunakan p dan q !

a. Pelaut itu gagah dan tinggi badannya.
b. Meskipun pelaut itu gagah tetapi tidak tinggi badannya.
c. Pelaut itu tidak gagah tetapi tinggi badannya.
d. Pelaut itu tidak gagah juga tidak tinggi badannya.
e. Tidak benar bahwa pelaut itu gagah juga tinggi badannya.

- Samakah nilai kebenaran pernyataan d. dan pernyataan e. ? Periksalah dengan menggunakan tabel kebenaran !

LATIHAN

- Ubahlah bentuk pernyataan-pernyataan berikut ini menjadi “Jika … maka …”!
  - a. Kamu akan memperolehnya jika kamu mencarinya.
  - b. Saya akan pergi hanya jika kamu mengusir saya.
  - c. Kita perlu makan untuk hidup.
  - d. Semua manusia yang bercita-cita tinggi suka bekerja keras.
  - e. Tidak seorang manusiapun dapat terbang.
  - f. Jika kamu melakukan perbuatan itu, kamu orang yang bodoh.
  - g. Bila aku melihat kamu, aku akan berteriak kuat-kuat.
  - h. Agar dua buah segi tiga sebangun, sudut-sudut yang bersesuaian dalam kedua segi tiga itu sama besarnya.

LATIHAN

- Jika "*p* : gadis itu ramah" dan "*q* : gadis itu cantik", tuliskan secara dimbolik pernyataan-pernyataan berikut ini !
  a. Gadis itu tidak ramah atau cantik.
  b. Gadis itu tidak cantik atau tidak ramah.

Samakah nilai kebenaran pernyataan b. dan pernyataan c. ?
Periksalah dengan menggunakan tabel kebenaran !

LATIHAN

Jika p $\Rightarrow$ q sudah dinyatakan benar maka dapat juga dikatakan:

p adalah syarat cukup bagi p

q adalah syarat perlu bagi p

(*Seperti telah dikemukakan diatas*)

- Perhatikan pertanyaan-pertanyaan berikut ini:

  a. "Segi empat ABCD bujur sangkar"
     "Diagonal-diagonal ABCD saling tegak lurus"
     Tentukan implikasi yang bernilai benar dari kedua pertanyaan diatas (dengan memperlihatkan syarat perlu dan syarat cukup).

  b. "Ali beragama Islam"
     "Aku seorang haji"
     Ali beragama Islam adalah syarat … bagi Ali seorang haji.
     Ali seorang haji adalah syarat … bagi ali beragama islam.

  c. "Garis *l* dan garis *m* sejajar"
     "Garis *l* dan garis *m* sebidang"
     .... adalah syarat cukup bagi
     .... adalah syarat cukup bagi

TAUTOLOGI, EKIVALEN DAN KONTRADIKSI

1. Tautologi

Perhatikan bahwa beberapa pernyataan selalu bernilai benar. Contoh pernyataan: “Junus masih bujang atau Junus bukan bujang” akan selalu bernilai benar tidak bergantung pada apakah junus benar-benar masih bujang atau bukan bujang.

Jika p : junus masih bujang, dan ~p : junus bukan bujang, maka pernyataan diatas berbentuk p ∨ ~p. (coba periksa nilai kebenarannya dengan menggunakan tabel kebenaran). Setiap pernyataan yang bernilai benar, untuk setiap nilai kebenaran komponen-komponennya, disebut tautologi.

EKIVALEN

Perhatikan kalimat: “Guru pahlawan bangsa” dan “tidak benar bahwa guru bukan pahlawan bangsa”. Kedua kalimat ini akan mempunyai nilai kebenaran yang sama, tidak perduli bagaimana nilai kebenaran dari pernyataan semula. (Coba periksa dengan menggunakan tabel kebenaran).

Definisi : *Dua buah pernyataan dikatakan ekivalen (berekivalensi logis) jika kedua pernyataan itu mempunyai nilai kebenaran yang sama.*

EKIVALEN

Pernyataan p ekivalen dengan pernyataan q dapat ditulis sebagai $p \equiv q$.
Berdasarkan definisi diatas, sifat-sifat pernyataan-pernyataan yang ekivalen (berekivalensi logis) adalah:

1. $p \equiv p$
2. jika $p \equiv q$ maka $q \equiv p$
3. jika $p \equiv q$ dan $q \equiv r$ maka $p \equiv r$

Sifat pertama berarti bahwa setiap pernyataan selalu mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan dirinya sendiri. Sifat kedua berarti bahwa jika suatu pernyataan mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan suatu pernyataan yang lain, maka tentu berlaku sebaliknya. Sedangkan sifat ketiga berarti bahwa jika pernyataan pertama mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan pernyataan kedua dan pernyataan kedua mempunyai nilai kebenaran yang sama dengan pernyataan ketiga maka nilai kebenaran pernyataan pertama adalah sama dengan nilai kebenaran pernyataan ketiga.

KONTRADIKSI

Sekarang perhatikan kalimat : “Pratiwi seorang mahasiswa dan bukan mahasiswa”. Pernyataan ini selalu bernilai salah, tidak tergantung pada nilai kebenaran dari “Pratiwi seorang mahasiswa” maupun “Pratiwi bukan mahasiswa”.

Jika r : Pratiwi mahasiswa maka ~ r : Pratiwi bukan mahasiswa maka pernyataan di atas berbentuk $r \wedge \sim r$ (Coba periksa nilai kebenarannya dengan menggunakan tabel kebenaran).

Setiap pernyataan yang selalu bernilai salah, untuk setiap nilai kebenaran dari komponen-komponen disebut kontradiksi. Karena kontradiksi selalu bernilai salah, maka kontradiksi merupakan ingkaran dari tautologi dan sebaliknya.

LATIHAN

1. a. Buktikan Bahwa $\sim (p \wedge \sim q)$ adalah suatu tautologi
   b. Apakah setiap dua tautologi berekivalensi logis ?
2. Buktikan setiap pernyataan berikut ini !
   a. $p \equiv (p \wedge p)$
   b. $p \equiv (p \vee p)$
   c. $\sim (p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$ (hukum De Morgan)
   d. $\sim (p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$ (hukum De Morgan)

3. Buktikan bahwa $p \Rightarrow q$ tidak ekivalen dengan $p \wedge q$
4. Buktikan bahwa $p \Leftrightarrow q$ ekivalen dengan $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
5. Buktikan bahwa $(p \wedge q) \wedge \sim (p \vee q)$ merupakan kontradiksi.

LATIHAN

6. Sederhanakan pernyataan-pernyataan berikut ini !

a. $\sim (p \vee \sim q)$

b. $\sim (\sim p \Rightarrow q)$

c. $\sim (\sim p \Rightarrow q)$

d. $\sim (\sim p \Leftrightarrow q)$

7. Manakah diantara pernyataan berikut ini yang merupakan tautologi ?

a. $p \Rightarrow (p \wedge q)$

b. $p \Rightarrow (p \vee q)$

c. $(p \quad q) \Rightarrow p$

d. $(p \vee q) \Rightarrow p$

e. $q \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

LATIHAN

8. Buktikan setiap pernyataan berikut ini :

a. $p \Rightarrow q \equiv \sim (p \wedge \sim q)$
b. $p \vee (q \vee r) \equiv (p \vee q) \vee r$ (hukum assosiatif)
c. $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$ (hukum distributif)
d. $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$ (hukum distributif)
e. $p \Rightarrow (q \wedge r) \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$

9. Buktikan bahwa $p \vee q \sim (p \vee q) \wedge \sim (p \wedge q)$

10. Buktikan bahwa $p \sim q$ berlaku untuk setiap pernyataan berikut ini !

a. $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
b. b. $(p \wedge q) \wedge (\sim p \wedge \sim q)$

LATIHAN

11. Buktikan bahwa pernyataan $[(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)] \Rightarrow (p \Rightarrow r)$ merupakan tautologi.
12. Jika p : “Dia kaya” dan q : “Dia bahagia”, tuliskan kalimat berikut ini dalam bentuk simbolik menggunakan p dan q.
    a. Menjadi miskin adalah tidak bahagia.
    b. Dia tidak dapat sekaligus menjadi kaya dan bahagia.
    c. Jika dia tidak miskin dan bahagia maka dia kaya.
    d. Menjadi miskin berarti berbahagia.
    e. Adalah perlu untuk menjadi miskin agar bahagia.

LATIHAN

13. Tuliskan ingkaran setiap pernyataan majemuk berikut ini dalam bentuk kalimat yang sederhana !
    a. Dia tidak tampan dan tidak mempunyai kedudukan.
    b. Jika terjadi devaluasi, banyak timbul pengangguran.
    c. Rambutnya pirang jika dan hanya jika matanya biru.
    d. Jika Ira kaya, maka Tuti dan Husein senang.
    e. Baik Darwin maupun Darto mahasiswa yang baik.