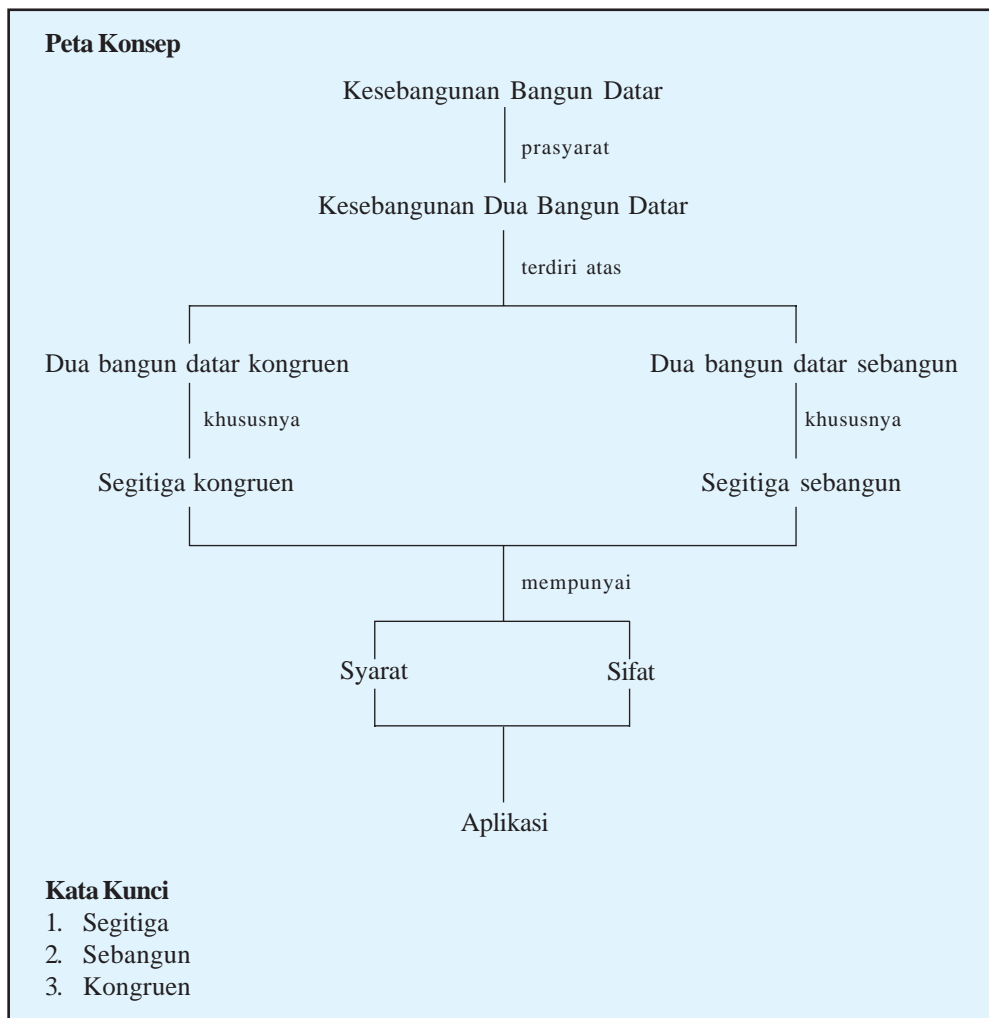


BAB I

KESEBANGUNAN BANGUN DATAR





Sumber: www.wpfind.com

Gambar 1.1 Miniatur gedung menggunakan konsep kesebangunan

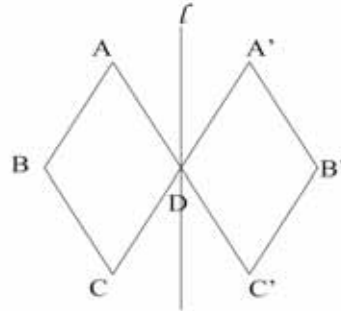
Perhatikan gambar di samping. Pernahkah kalian melihat miniatur gedung yang dibuat untuk melihat rencana bentuk asli gedung yang akan dibangun? Konsep apakah yang digunakan? Untuk memahaminya, ikutilah uraian pada materi berikut ini. Kalian diharapkan dapat mengidentifikasi bangun-bangun datar yang sebangun dan kongruen, sifat-sifat dua segitiga sebangun dan kongruen. Pada akhirnya, kalian dapat menggunakan konsep kesebangunan ini dalam memecahkan masalah sehari-hari.

A. Kesebangunan Dua Bangun Datar

Masih ingatkah kalian dengan bangun datar? Coba sebutkan bentuk bangun datar di sekitar kalian. Kita dapat menemukan bentuk-bentuk bangun datar dalam sebuah bangunan rumah. Misalnya jendela dan pintu berbentuk persegi panjang, lubang ventilasi berbentuk segitiga, dan ubin lantai berbentuk persegi. Disebut apakah bangun datar dengan bentuk dan ukuran yang sama? Bagaimana dengan syarat-syaratnya? Untuk lebih mengetahuinya, kita akan mempelajarinya pada bab Kesebangunan Bangun Datar ini.

1. Dua Bangun Datar yang Kongruen (Sama dan Sebangun)

Perhatikan gambar pencerminan bangun datar berikut.



Gambar 1.2

Gambar 1.2 Pencerminan belah ketupat ABCD oleh garis l

Belah ketupat ABCD dicerminkan terhadap garis lurus l sehingga terbentuk bayangan belah ketupat $A'B'C'D$. $AB = A'B'$, $BC = B'C'$, $CD = C'D$, $DA = DA'$ dengan D tetap. Mengapa titik D tetap?

Belah ketupat ABCD dan $A'B'C'D$ memiliki bentuk dan ukuran yang sama. Oleh sebab itu kedua bangun tersebut disebut **kongruen** atau sama dan sebangun.

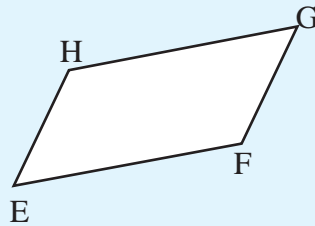
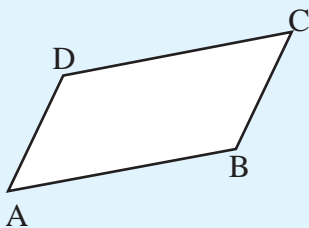
Ditulis $ABCD \cong A'B'C'D$.

Bangun datar dikatakan kongruen jika dan hanya jika bangun-bangun datar tersebut mempunyai bentuk dan ukuran yang sama.

Latihan 1.1

Ikuti langkah-langkah berikut ini.

1. Buatlah jajargenjang ABCD dan EFGH seperti pada gambar di bawah ini.



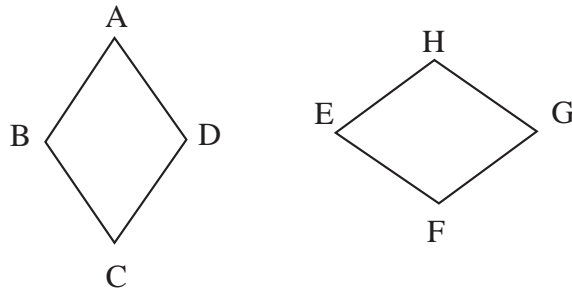
2. Guntinglah kedua gambar tersebut dengan mengikuti sisi-sisinya.
3. Tempelkan jajargenjang ABCD di atas jajargenjang EFGH sedemikian hingga menutup dengan sempurna jajargenjang EFGH.
4. Sekarang perhatikan masing-masing sisi dan sudut yang saling berhimpitan.
5. Diskusikan dengan teman, apakah pada kedua bangun di atas terdapat pasangan sisi-sisi yang sama panjang dan sudut-sudut yang sama besar? Apakah kedua segitiga itu kongruen? Jelaskan alasanmu.

Nah, dari kegiatan di atas kita peroleh syarat dua bangun datar yang kongruen, yaitu:

1. Sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar.
2. Sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama panjang.

Contoh 1.1

1. Belah ketupat $ABCD \cong$ belah ketupat $EFGH$. Tentukan sudut-sudut yang seletak dan sisi-sisi yang sama panjang.



Penyelesaian:

Diketahui: $ABCD \cong EFGH$

Sudut-sudut yang sama besar:

$$\angle A = \angle E \quad \angle C = \angle G$$

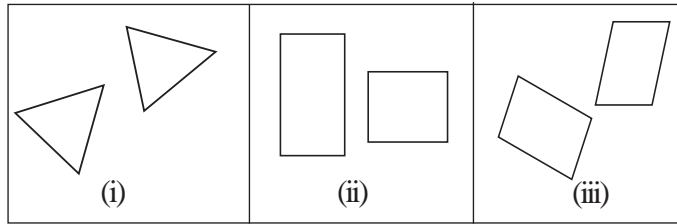
$$\angle B = \angle F \quad \angle D = \angle H$$

Sisi-sisi yang sama panjang:

$$AB = EF \quad CD = GH$$

$$BC = FG \quad DA = HE$$

2. Apakah pasangan bangun berikut kongruen? Berikan alasan kalian.



Penyelesaian:

Gambar (i) kongruen, sebab mempunyai sudut-sudut bersesuaian sama besar dan sisi-sisi bersesuaian sama panjang.

Gambar (ii) tidak kongruen, sebab sisi-sisi yang bersesuaian tidak sama panjang.

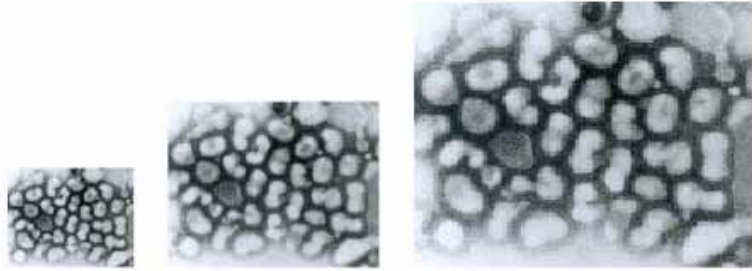
Gambar (iii) kongruen, sebab mempunyai sudut-sudut bersesuaian sama besar dan sisi-sisi bersesuaian sama panjang.

Latihan 1.2

1. Tentukan pasangan bangun berikut kongruen atau tidak, dan tentukan alasannya.
 - a. Dua buah persegi
 - b. Sepasang segitiga sama sisi
 - c. Sepasang segitiga sama kaki
 - d. Sepasang lingkaran
 - e. Sepasang persegi panjang
2. Diberikan segitiga siku-siku dengan ukuran sisi siku-siku berikut ini. Berikan kesimpulan kalian.
 - a. 6 cm dan 8 cm serta 3 cm dan 5 cm
 - b. 9 cm dan 15 cm serta 24 cm dan 18 cm.

2. Dua Bangun Datar yang Sebangun

Pernahkah kalian melakukan pengamatan dengan menggunakan mikroskop? Pada pembesaran tertentu, kita dapat mengamati benda-benda yang sangat kecil ukurannya. Pengamatan tersebut dapat kita ilustrasikan sebagai berikut.

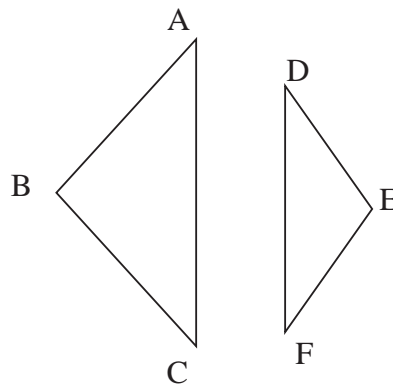


Sumber: upload.wikimedia.org

Gambar 1.3 Objek yang sama dengan ukuran berbeda

Dari gambar di atas, kita dapat melihat benda dengan bentuk sama tetapi ukuran yang berbeda. Perbedaan ukuran terjadi melalui pembesaran atau pengecilan objek dengan menggunakan perbandingan skala tertentu. Ketiga gambar tersebut dikatakan sebangun sebab perbandingan tiap sisinya sama.

Perhatikan gambar bangun datar berikut.



Gambar 1.4 $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ sebanding

$\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ mempunyai bentuk yang sama, ukuran yang berbeda, tetapi sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sebanding.

Dalam hal ini ditulis $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

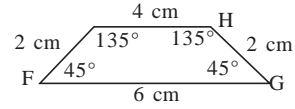
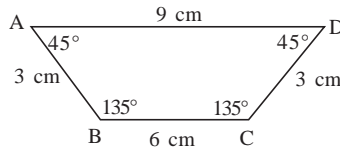
Dari gambar tersebut tampak bahwa dua bangun datar yang sebangun selalu memenuhi syarat:

- a. Sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar.
- b. Sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sebanding.

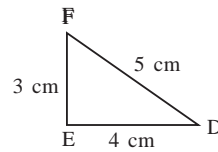
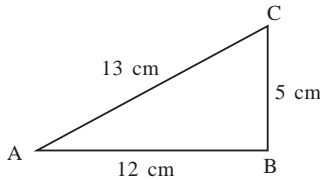
Contoh 1.2

Dari pasangan bangun datar berikut, manakah yang sebangun dan mana yang tidak sebangun? Mengapa demikian?

1.



2.



Penyelesaian:

1. Akan diselidiki apakah trapesium ABCD dan EFGH sebangun.

$$\angle A = \angle F = 45^\circ$$

$$\angle C = \angle H = 45^\circ$$

$$\angle B = \angle E = 135^\circ$$

$$\angle D = \angle G = 135^\circ$$

Ternyata sudut - sudut yang bersesuaian sama besar.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{CD}{GH} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{BC}{EH} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{AD}{FG} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

Ternyata sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

Jadi gambar pada nomor 1 merupakan pasangan bangun datar yang sebangun.

2. Akan diselidiki apakah segitiga ABC dan segitiga DEF sebangun.

$$\angle A \neq \angle D$$

$$\angle B = \angle E = 90^\circ$$

$$\angle C \neq \angle F$$

Ternyata sudut-sudut yang bersesuaian tidak semuanya sama besar.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{12}{4} = 3$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{13}{5}$$

Ternyata sisi-sisi yang bersesuaian tidak sebanding.

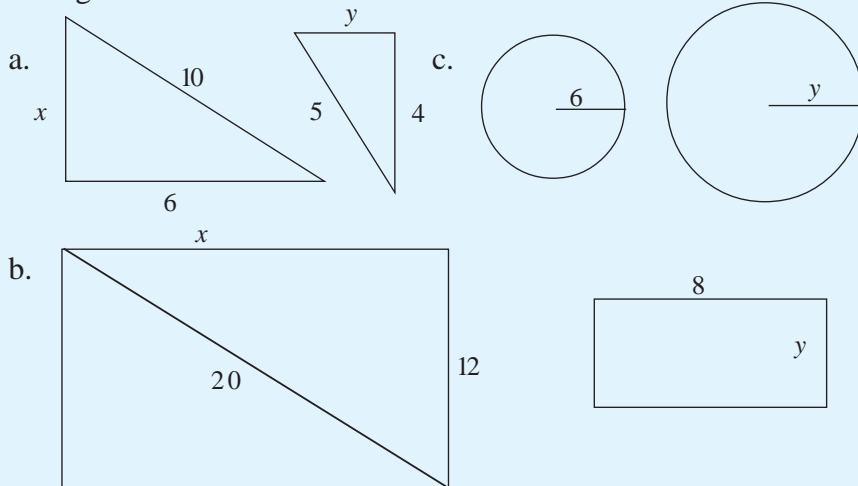
Jadi gambar nomor 2 merupakan pasangan bangun datar yang tidak sebangun.

Tugas 1.1

Pernahkah kalian menggunakan pantograf dalam menggambar? Bagaimana hasil gambar dengan menggunakan pantograf dengan ukuran berbeda? Apakah sebangun? Mengapa demikian?

Latihan 1.3

1. Tentukan x dan y dari gambar bangun berikut agar kedua bangun tersebut sebangun.



2. Tinggi menara 3 m. Dina berdiri sejauh 3,75 m dari menara. Di antaranya, sejauh 1,25 m dari menara terdapat tongkat yang ditegakkan. Ujung tongkat, menara, dan Dina, terletak pada satu garis lurus. Berapakah panjang tongkat tersebut?

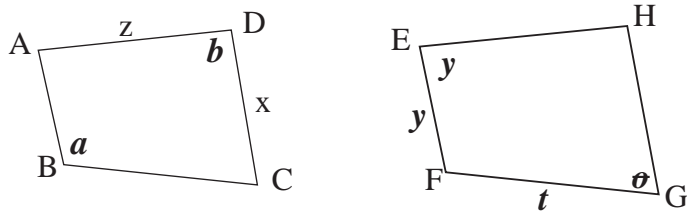
3. Menghitung Panjang Sisi dan Besar Sudut Dua Bangun Datar

a. Panjang Sisi dan Besar Sudut Dua Bangun Datar Kongruen

Mari kita ingat kembali syarat dua bangun datar yang kongruen. Dua bangun datar dikatakan kongruen jika dan hanya jika memenuhi:

- 1) Sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar.
- 2) Sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama panjang.

Jika kita mempunyai dua bangun datar yang kongruen seperti di bawah ini,



Gambar 1.5 Segi empat ABCD dan EFGH kongruen

Maka unsur-unsur yang belum diketahui besar dan panjangnya dapat dicari dengan memperhatikan syarat kekongruenan dua bangun datar.

1) Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar

Diketahui besar $\angle B = \alpha$, $\angle D = \beta$, $\angle E = \gamma$, $\angle G = \theta$.

Karena $ABCD \cong EFGH$ maka besar $\angle A$, $\angle C$, $\angle F$, dan $\angle H$ dapat dicari sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\angle A = \angle E &\quad \rightarrow \quad \angle A = \angle E = \gamma \\ \angle B = \angle F &\quad \rightarrow \quad \angle F = \angle B = \alpha \\ \angle C = \angle G &\quad \rightarrow \quad \angle C = \angle G = \theta \\ \angle D = \angle H &\quad \rightarrow \quad \angle H = \angle D = \beta\end{aligned}$$

2) *Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang*

Diketahui panjang $AD = z$, $CD = x$, $EF = y$, $FG = t$.

Karena $ABCD \cong EFGH$ maka panjang AB , BC , GH , dan EH dapat dicari sebagai berikut.

$$AB = EF \quad \rightarrow \quad AB = EF = y$$

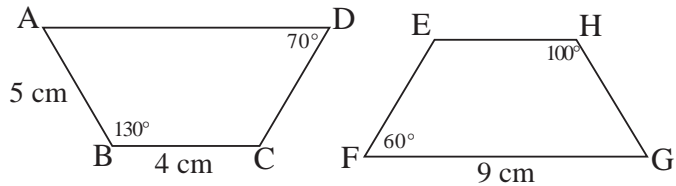
$$BC = FG \quad \rightarrow \quad FG = BC = t$$

$$CD = GH \quad \rightarrow \quad GH = CD = x$$

$$AD = EH \quad \rightarrow \quad EH = AD = z$$

Contoh 1.3

1. Perhatikan bahwa trapesium $ABCD \cong EFGH$.



Tentukan panjang dan besar unsur-unsur yang belum diketahui.

Penyelesaian:

Karena trapesium $ABCD \cong EFGH$, maka berlaku hubungan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

$$AB = CD = EF = GH = 5 \text{ cm}$$

$$EH = BC = 4 \text{ cm}$$

$$AD = FG = 9 \text{ cm}$$

Demikian juga, karena trapesium $ABCD \cong EFGH$, maka berlaku hubungan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

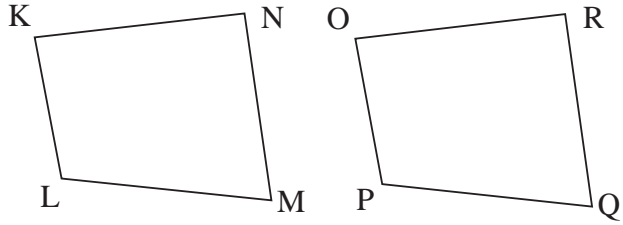
$$\angle A = \angle F = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle E = 130^\circ$$

$$\angle C = \angle H = 100^\circ$$

$$\angle D = \angle G = 70^\circ$$

2. Diberikan segi empat $KLMN \cong OPQR$



Diketahui perbandingan panjang sisi-sisi pada segi empat KLMN, $KL : LM : MN : KN = 2 : 5 : 6 : 3$. Panjang sisi $MN = 9$ cm. Berapakah panjang OP dan QR?

Penyelesaian:

Karena $KLMN \cong OPQR$ maka berlaku hubungan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

$OP = KL$.

Karena $\frac{KL}{MN} = \frac{2}{6}$ maka berlaku $\frac{KL}{MN} = \frac{2}{6} MN$

Diketahui panjang $MN = 9$ cm maka panjang .

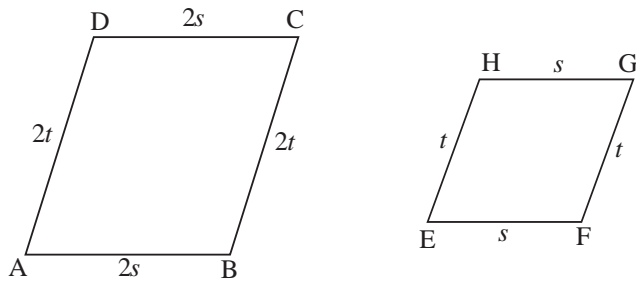
$KL = \frac{2}{6} \times 9 \text{ cm} = 3 \text{ cm}$

Berarti panjang $OP = KL = 3$ cm.

$QR = MN = 9$ cm.

b. Panjang Sisi dan Besar Sudut Dua Bangun Datar Sebangun

Perhatikan gambar berikut.



Gambar 1.6 Dua bangun yang sebangun

Apa yang dapat kalian simpulkan dari kedua gambar tersebut? Apakah kedua gambar tersebut sebangun?

Ternyata kedua bangun tersebut memenuhi syarat kesebangunan dua bangun datar atau $ABCD \sim EFGH$, sehingga dipenuhi:

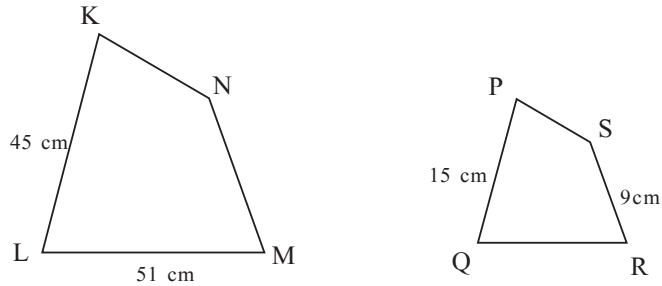
$$1) \quad \angle A = \angle E, \angle B = \angle F, \angle C = \angle G, \text{ dan } \angle D = \angle H.$$

$$2) \quad \frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{AD}{EH} = k$$

Pada gambar di atas nilai faktor skala $k = 2$.

Contoh 1.4

Perhatikan gambar berikut.



Diberikan segi empat KLMN dan segi empat PQRS, dengan $KLMN \sim PQRS$. Hitunglah:

- faktor skala k .
- panjang QR dan MN.

Penyelesaian:

- Karena $KLM \sim PQRS$ maka kedua bangun tersebut mempunyai hubungan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

Berarti, $\frac{KL}{PQ} = k$ dengan k faktor skala.

Diketahui $KL = 45 \text{ cm}$ dan $PQ = 15 \text{ cm}$, artinya

$$\frac{KL}{PQ} = \frac{45 \text{ cm}}{15 \text{ cm}} = 3$$

Jadi faktor skala $k = 3$.

- b. QR bersesuaian dengan LM. Karena dua bangun tersebut mempunyai faktor skala $k = 3$, maka $\frac{LM}{QR} = 3$

Berarti . QR $\frac{LM}{3} = \frac{51 \text{ cm}}{3} = 17 \text{ cm}$

MN bersesuaian dengan RS. Karena dua bangun tersebut mempunyai faktor skala $k = 3$, maka $\frac{LM}{RS} = 3$ Berarti
 $MN = 3RS = 3 \times 9 \text{ cm} = 27 \text{ cm}$.

B. Segitiga-segitiga Kongruen

1. Syarat Dua Segitiga yang Kongruen

Tentunya kalian masih ingat tentang syarat dua bangun datar yang kongruen. Coba sebutkan.

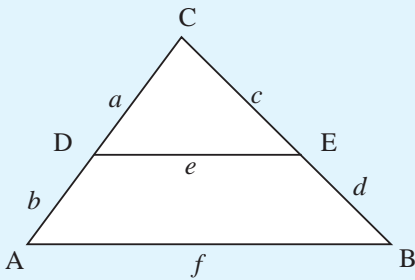
Lebih lanjut, kita akan mengaplikasikannya pada salah satu bangun datar yaitu segitiga. Sekarang coba katakan, apa yang disebut dengan segitiga itu? Bisakah kalian sebutkan benda-benda di sekitar kita yang berbentuk segitiga?

Segitiga terangkai dari enam unsur yang terdiri dari tiga sisi dan tiga sudut.

Tugas 1.2

1. Dalam $\triangle KLM$ dan $\triangle XYZ$, diketahui $KL = 10 \text{ cm}$, $LM = 16 \text{ cm}$, $KM = 12 \text{ cm}$, $YZ = 24 \text{ cm}$, $XY = 15 \text{ cm}$, dan $YZ = 18 \text{ cm}$. Mengapa kedua segitiga itu sebangun? Sebutkan pasangan-pasangan sudut yang sama besar.
2. Diketahui $\triangle KLM$ dan $\triangle XYZ$ dengan $\angle K = \angle Z$, $\angle M = \angle Y$, $KL = 10 \text{ cm}$, $KM = 12 \text{ cm}$, $XZ = 15 \text{ cm}$ dan $XY = 24 \text{ cm}$.
 - a. Gambarlah kedua segitiga itu. Apakah keduanya sebangun?
 - b. Tulis perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.
 - c. Carilah panjang sisi ML dan YZ.

3.



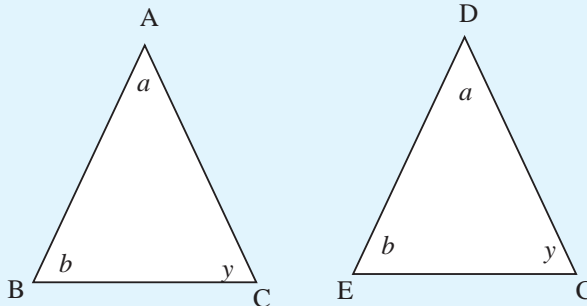
Perhatikan gambar di samping. Ada dua segitiga yang sebangun yaitu $\triangle CDE$ dan $\triangle ABC$.

- Sebutkan sudut-sudut yang sama besar.
- Tentukan perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian.

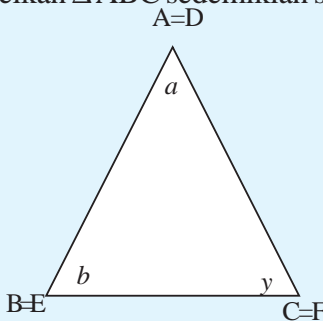
4. Gambar sebuah rumah diketahui tinggi pintu 3,5 cm, sedangkan tinggi rumah sebenarnya adalah 2,1 m. Berapakah skala pada gambar tersebut?

Kegiatan 1.1

- Gambarlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ seperti di bawah ini, dengan $AB = DE$, $BC = EF$, dan $AC = DF$.



- Gunting kedua segitiga tersebut dengan mengikuti sisi-sisinya.
- Selanjutnya tempelkan $\triangle ABC$ sedemikian sehingga menutup dengan sempurna $\triangle DEF$.



- Dengan memperhatikan langkah di atas, coba kalian tuliskan sisi-sisi dan sudut-sudut mana saja yang saling berhimpitan.

Dari kegiatan yang kalian lakukan sebelumnya, apakah kedua segitiga tersebut kongruen? Mengapa demikian?

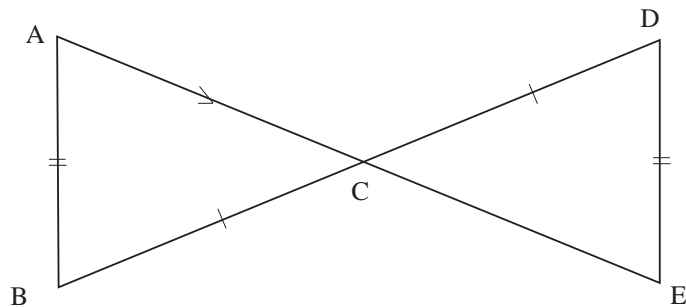
Selanjutnya, dapat kita simpulkan bahwa dua segitiga, dikatakan kongruen jika dan hanya jika keduanya mempunyai bentuk dan ukuran yang sama. Jika demikian, unsur-unsur yang seletak saling menutup dengan sempurna.

Jadi syarat dua segitiga yang kongruen adalah:

- a. Sudut-sudut yang bersesuaian (seletak) sama besar.
- b. Sisi-sisi yang bersesuaian (seletak) sama panjang.

Contoh 1.5

Tuliskan sudut-sudut dan sisi-sisi yang seletak pada bangun dua segitiga berikut ini. Kemudian apa kesimpulanmu?



Penyelesaian:

Sudut-sudut yang seletak:

$$\angle A = \angle E$$

$$\angle B = \angle D$$

$$\angle ACB = \angle ECD$$

Sisi-sisi yang seletak:

$$AB = ED$$

$$BC = DC$$

$$AC = EC$$

Karena bangun di atas memenuhi sifat kekongruenan, maka pasangan bangun tersebut kongruen.

2. Sifat Dua Segitiga yang Kongruen

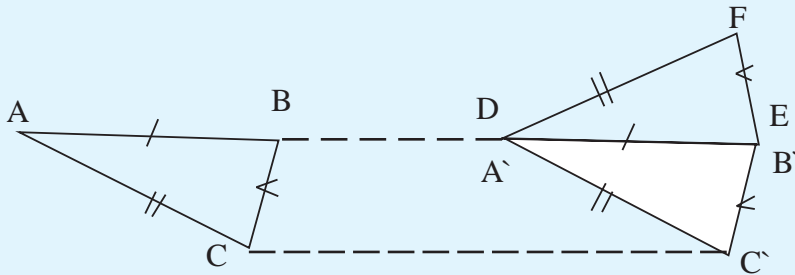
Dua segitiga kongruen dapat ditentukan dari ketiga sisi dan sudutnya.

a. Tiga Sisi (S - S - S)

Jika dua buah segitiga adalah kongruen maka ketiga sisi segitiga pertama sama panjang dengan ketiga sisi segitiga kedua (sisi-sisi seletak).

Kegiatan 1.2

1. Gambarlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan panjang $AB = DE$, $BC = EF$, dan $AC = DF$ seperti pada gambar berikut.
2. Perpanjang sisi AB dan ED hingga berimpit, kemudian beri nama perpanjangan garis dengan l
3. Geser $\triangle ABC$ sejauh BE sehingga didapat $\triangle A'B'C'$ dengan A' pada D dan B' pada E .
4. Diperoleh layang-layang $DFEC'$ dengan DE sumbu simetri layang-layang.



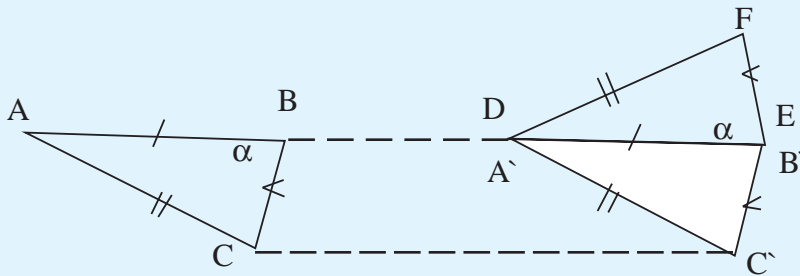
Dengan demikian, $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ kongruen.

b. Dua Sisi dan Satu Sudut Apit (S - Sd - S)

Dua segitiga yang kongruen maka dua sisi segitiga pertama sama dengan dua sisi segitiga kedua, dan sudut yang diapitnya sama besar.

Kegiatan 1.3

1. Gambarlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan panjang $AB = DE$, $BC = EF$ dan $\angle B = \angle E$ seperti pada gambar berikut.
2. Geserlah $\triangle ABC$ sejauh BE sehingga diperoleh $\triangle A'B'C'$ dimana titik A' pada D dan titik B' pada E .
3. Diperoleh layang-layang $DFEC'$ dengan DE sebagai sumbu simetri.



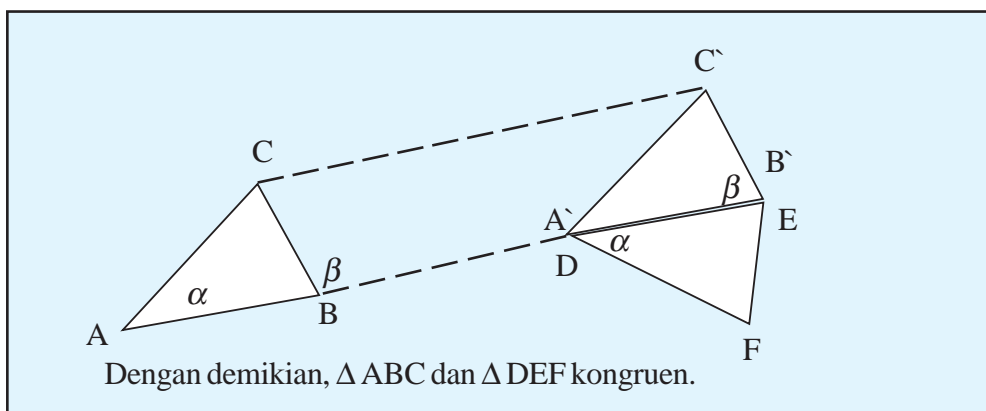
Dengan demikian, $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ kongruen.

c. Dua Sudut dan Satu Sisi (Sd - S - Sd)

Dua segitiga yang kongruen maka dua buah sudut dari segitiga pertama sama dengan dua sudut pada segitiga kedua, dan sisi di antara kedua sudut tersebut sama panjang.

Kegiatan 1.4

1. Gambarlah $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ dengan besar $\angle A = \angle D$, besar $\angle E = \angle F$, dan panjang $AB = DE$, lihat gambar.
2. Geserlah $\triangle ABC$ sejauh BE sehingga didapat $\triangle A'B'C'$ dengan titik A' pada D dan titik B' pada E .
3. Diperoleh bangun layang-layang $DFEC'$ dengan DE sumbu simetri layang-layang.



3. Perbandingan Sisi-sisi Dua Segitiga Kongruen

Jika dua buah segitiga kongruen, maka sisi-sisi yang berada di depan sudut yang sama besar mempunyai panjang sama. Perbandingan sisi-sisi segitiga pertama sama dengan perbandingan sisi-sisi segitiga yang kedua.

Misalkan

Diberikan: $\Delta KLM \cong \Delta PQR$ dengan sifat (s-sd-s)

Diketahui: $KM = PR$, $\angle K = \angle P$, $KL = PQ$

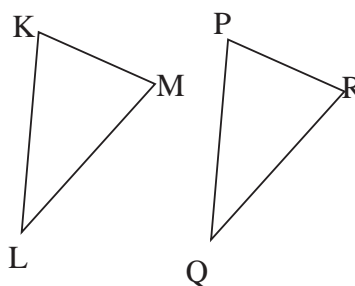
Akibatnya $LM = QR$

$$\angle L = \angle Q$$

$$\angle M = \angle R$$

Contoh 1.6

Perhatikan gambar di bawah ini.



$\Delta KLM \cong \Delta PQR$, dengan perbandingan sisi-sisi pada ΔPQR adalah $PQ : QR : PR = 5 : 4 : 3$. Jika $PQ = 25$ cm,

Hitunglah:

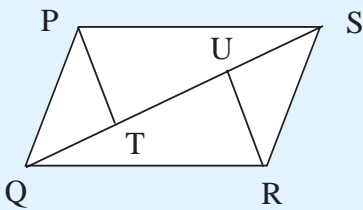
- perbandingan sisi-sisi yang bersesuaian,
- panjang KL, KM, dan LM.

Penyelesaian:

- $\triangle PQR \cong \triangle KLM$
 $PQ : QR : PR = KL : LM : KM = 5 : 3 : 4$
- $KL = PQ = 25 \text{ cm}$ $KM = PR = 20 \text{ cm}$ $LM = QR = 15 \text{ cm}$

Latihan 1.4

- Gambarlah jajargenjang PQRS dengan RU dan PT tegak lurus terhadap diagonal QS. Buktikan bahwa:

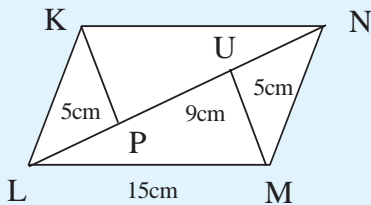


- $\triangle SRU \cong \triangle QPT$,
- $\triangle RQU \cong \triangle PST$.

- Pada jajargenjang PQRS dibuat diagonal PR. Titik T dan U terletak pada PR sehingga $PT = RU$. Buktikan bahwa:

- $\triangle PTS \cong \triangle QRU$,
- $\triangle PQU \cong \triangle RST$.

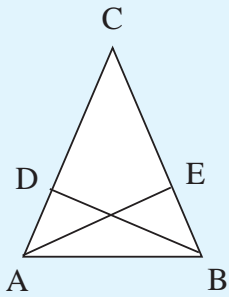
- Perhatikan gambar di bawah ini.



- Buktikan bahwa:
 $\triangle KPN \cong \triangle MQL$.
- Tentukan perbandingan
 $KM : KP : PM$.

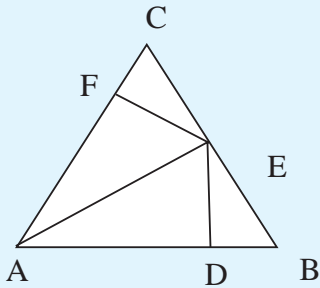
- Diketahui persegi ABCD panjang sisi 8 cm. Titik Q terletak di dalam persegi sehingga $\triangle ABQ$ dengan sama kaki dan $\angle QAB = 150^\circ$. Hitunglah panjang QC.

5.



$\triangle ABC$ adalah segitiga sama kaki dengan $AC = BC$. Pada segitiga tersebut ditarik garis-garis tinggi AE dan BD . Jika diketahui $CE = 12$ cm dan $AC = 20$ cm. Hitunglah panjang CD dan BD .

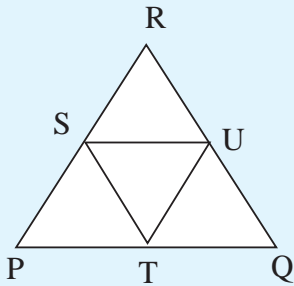
6.



Perhatikan gambar di samping.

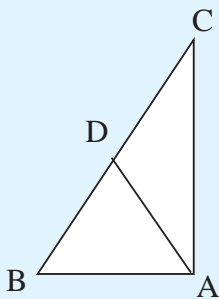
- Tunjukkan bahwa $\triangle AEF \cong \triangle AED$.
- Berapa panjang AD , AF , dan EF ?

7. Titik-titik S , T , dan U terletak di tengah-tengah sisi $\triangle PQR$.



- Sebutkan segitiga-segitiga yang kongruen.
- Sebutkan pasangan segitiga yang sebangun tapi tidak kongruen.

8. Dari gambar di bawah ini diketahui panjang $CD = 16$ cm dan panjang $AD = 12$ cm. Tentukan:

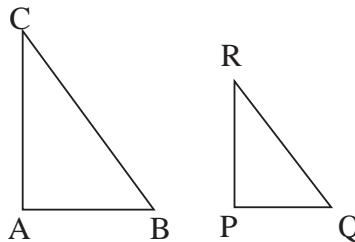


- panjang BA ,
- panjang DC ,
- panjang BD .

9. Kios yang tingginya 3 m pada suatu foto tampak setinggi 5,4 cm dan lebar 7,2 cm. Tentukan lebar kios sebenarnya.
10. Tinggi Pak Ali 175 cm. Pada suatu siang Pak Ali berdiri di halaman. Karena sinar matahari, bayangan Pak Ali 12 cm. Jika di samping Pak Ali ada tongkat yang panjangnya 23 cm, berapakah panjang bayangan tongkat tersebut?

1. Syarat Dua Segitiga yang Sebangun

Perhatikan gambar berikut ini.



Gambar 1.7 $\Delta ABC \sim \Delta PQR$

$\Delta ABC \sim \Delta PQR$ sehingga berlaku pula syarat kesebangunan, yaitu:

- a. Sudut-sudut yang seletak sama besar.
- b. Sisi-sisi yang seletak sebanding seproporsional.

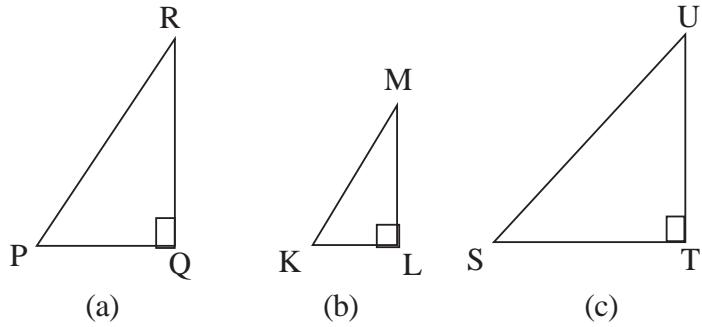
Sehingga jika $\Delta ABC \sim \Delta PQR$, maka dipenuhi:

a. $\angle A = \angle P$, $\angle B = \angle Q$, dan $\angle C = \angle R$

b. $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR}$

Contoh 1.7

Diketahui tiga buah segitiga ΔPQR , ΔKLM , dan ΔSTU . Coba selidiki pasangan segitiga manakah sebangun dan mana yang tidak sebangun?



Diketahui bahwa $\angle P = 60^\circ$, $\angle M = 30^\circ$, dan $\angle U = 40^\circ$ serta panjang $PR = 6$ cm, $KM = 3$ cm, $PQ = 4$ cm, $KL = 2$ cm, $SU = 9$ cm, dan $ST = 3$ cm.

Penyelesaian:

Kita akan selidiki apakah $\Delta PQR \sim \Delta KLM$.

$$\angle R = 180^\circ - (\angle P + \angle Q) = 180^\circ - (60^\circ + 90^\circ) = 30^\circ$$

$$\angle K = 180^\circ - (\angle M + \angle L) = 180^\circ - (30^\circ + 90^\circ) = 60^\circ$$

Jadi $\angle P = \angle K$, $\angle Q = \angle L$, dan $\angle R = \angle M$.

Selanjutnya kita selidiki perbandingan sisi yang seletak.

$$\frac{PR}{KM} = \frac{6 \text{ cm}}{3 \text{ cm}} = 2 \qquad \frac{PQ}{KL} = \frac{4 \text{ cm}}{2 \text{ cm}} = 2$$

$$\text{Jadi. } \frac{PR}{KM} = \frac{PQ}{KL} = \frac{QR}{LM} = 2$$

Dengan demikian $\Delta PQR \sim \Delta KLM$.

Selanjutnya akan kita selidiki apakah $\Delta PQR \sim \Delta STU$.

$$\angle S = 180^\circ - (\angle U + \angle T) = 180^\circ - (40^\circ + 90^\circ) = 50^\circ$$

Jadi $\angle P \neq \angle S$, $\angle Q = \angle T$, dan $\angle U \neq \angle M$.

Selanjutnya kita selidiki perbandingan sisi yang seletak.

$$\frac{PR}{KM} = \frac{6 \text{ cm}}{9 \text{ cm}} = \frac{2}{3} \neq \frac{PQ}{ST} = \frac{4 \text{ cm}}{3 \text{ cm}}$$

Dengan demikian ΔPQR tidak sebangun dengan ΔSTU .

2

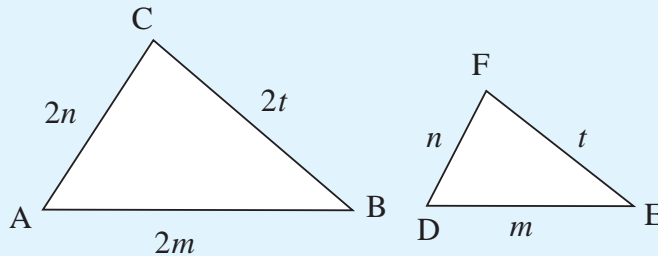
2. Sifat Dua Segitiga yang Sebangun

a. Sisi-sisi yang Bersesuaian Sebanding

Untuk lebih memahami sifat-sifat dua segitiga yang sebangun, mari kita lakukan kegiatan berikut ini.

Kegiatan 1.5

1. Gambarlah dua segitiga, $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$, dengan panjang $AB = 2DE$, $BC = 2EF$ dan $AC = 2DF$. Perhatikan gambar berikut.



2. Dengan menggunakan busur derajat ukurlah besar sudut-sudut kedua segitiga tersebut. Kemudian salin dan lengkapi tabel berikut.

Perbandingan Dua Sisi Bersesuaian	Sudut yang Sama Besar
$\frac{AB}{DE} = \dots$	$\angle A = \dots$
$\frac{BC}{EF} = \dots$	$\angle B = \dots$
$\frac{AC}{DF} = \dots$	$\angle C = \dots$

3. Buatlah kesimpulan dengan melihat tabel tersebut dan memahami syarat kesebangunan dua bangun datar.

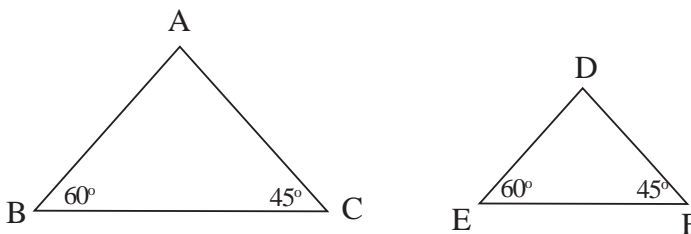
Dari kegiatan tersebut, ternyata pada dua buah segitiga yang sebangun memiliki tiga pasang sisi-sisi yang seletak dengan perbandingan yang sama atau faktor skala k .

Kesimpulan:

Pada dua segitiga yang sebangun, sisi-sisi yang bersesuaian sebanding atau sisi-sisi-sisi (S-S-S)

b. Sudut-sudut yang Seletak Sama Besar (Sd-Sd-Sd)

Masih ingatkah kalian cara menggambar sudut-sudut istimewa? Sekarang, gambarlah $\triangle ABC$ dengan besar $\angle A = 60^\circ$ dan $\angle C = 45^\circ$. Perhatikan gambar berikut.



Gambar 1.8 Dua segitiga sebangun yang memenuhi sd-sd-sd

Kegiatan 1.6

1. Dengan faktor skala $k =$ dari $\triangle ABC$ tersebut, gambarlah $\triangle DEF$.
2. Dengan menggunakan penggaris, ukurlah panjang sisi-sisi segitiga tersebut dan isilah perbandingannya dengan melengkapi titik-titik di bawah ini.
AB : DE = : = :
BC : EF = : = :
AC : DF = : = :
3. Dengan menggunakan busur, ukurlah besar sudut $\angle A$ dan $\angle D$, apakah keduanya sama besar?
4. Buatlah kesimpulan dari kegiatan di atas dengan mengingat kembali syarat kesebangunan.

Ternyata dari kegiatan tersebut kita dapat mengetahui bahwa sudut-sudut yang bersesuaian memiliki besar yang sama dan ketiga sisi yang bersesuaian sebanding. Artinya kedua segitiga itu sebangun.

Jadi,

Pada dua segitiga yang sebangun maka ada dua buah sudut yang bersesuaian sama besar

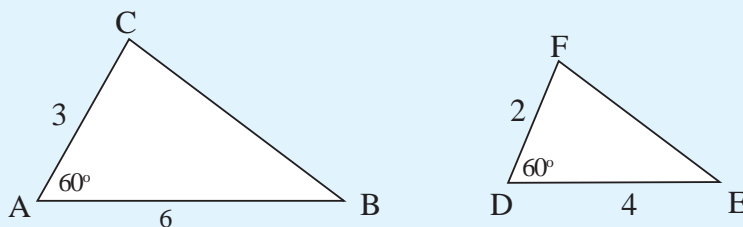
c. Satu Sudut Sama Besar dan Kedua Sisi yang Mengapitnya Sebanding (S-Sd-S)

Selain dua sifat segitiga di atas, kita dapat menentukan sifat ketiga yaitu jika salah satu sudutnya sama besar dan kedua sisi yang mengapitnya sebanding, maka kedua segitiga itu sebangun. Untuk memahaminya lakukanlah kegiatan berikut.

Kegiatan 1.7

Ikuti langkah-langkah berikut.

1. Gambarlah dua buah segitiga seperti di bawah ini.



2. Dengan menggunakan busur derajat, ukurlah besar $\angle A$, $\angle C$, $\angle D$, dan $\angle F$. Dengan penggaris, ukurlah panjang AC dan DF.
3. Kemudian lengkapi pernyataan di bawah ini.

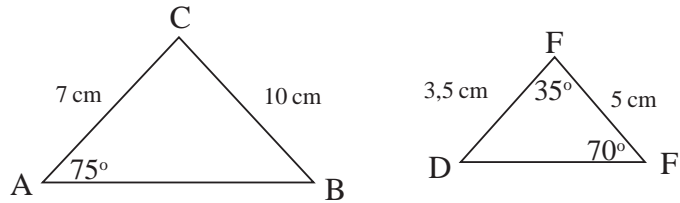
Perbandingan Dua Sisi Bersesuaian	Sudut yang Sama Besar
$\frac{AB}{DE} = \dots$	$\angle A = \dots$
$\frac{BC}{EF} = \dots$	$\angle B = \dots$
$\frac{AC}{DF} = \dots$	$\angle C = \dots$

4. Dari tabel tersebut, selanjutnya buat kesimpulan tentang kedua segitiga tersebut. Dengan mengingat kembali syarat kesebangunan, tentukan apakah segitiga-segitiga itu sebangun atau tidak.

Pada dua segitiga yang sebanding terdapat satu sudut yang sama besar dengan kedua sisi yang mengapitnya sebanding.

Contoh 1.8

Perhatikan gambar berikut.



Buktikan kedua segitiga tersebut sebangun.

Penyelesaian:

Perhatikan $\triangle DEF$.

Diketahui $\angle E = 70^\circ$ dan $\angle F = 35^\circ$

maka $\angle D = 180 - (70^\circ + 35^\circ) = 75^\circ$.

Sedangkan pada $\triangle ABC$ diketahui $\angle A = 75^\circ$.

Karena $\angle A$ dan $\angle D$ seletak dan $\angle A = \angle D$ maka dipenuhi satu sudut yang seletak sama besar.

Perhatikan perbandingan sisi-sisi $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{75}{3,5} = 2$$

$$\frac{AC}{DF} = \frac{10}{5} = 2$$

} Mempunyai faktor skala sama yaitu 2. Berarti ada dua pasang sisi yang sebanding.

Jadi dipenuhi sifat sisi-sudut-sisi sehingga $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

3. Perbandingan Sisi-sisi Dua Segitiga Sebangun

Sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga yang sebangun adalah sebanding. Oleh karena itu jika diketahui faktor skala perbandingannya maka kita dapat mencari panjang sisi-sisi segitiga yang belum diketahui.

Perhatikan gambar berikut.

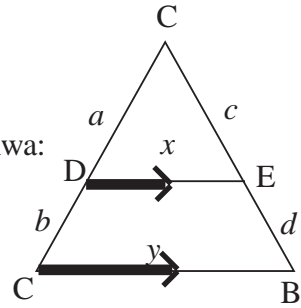
$$\Delta ABC \sim \Delta CDE$$

Dari gambar tersebut kita ketahui bahwa:

$$\angle DCE = \angle ACB \text{ (berimpitan)}$$

$$\angle CDE = \angle CAB \text{ (sehadap)}$$

$$\angle CED = \angle CBA \text{ (sehadap)}$$



Jadi ketiga sudut yang bersesuaian sama besar.

Perhatikan perbandingan sisi-sisi yang seletak. Kita peroleh $AC = AD + DC$ dan $BC = BE + EC$.

Dengan sifat kesebangunan, maka sisi-sisi yang seletak sebanding.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{AD}{AD+AB} = \frac{AE}{AC+EC} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$$

$$a(c+d) = c(a+b)$$

$$ac + ad = ca + cb$$

$$ac + ad - ac = ca + cb - ac$$

$$ad = bc$$

$$\frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd}$$

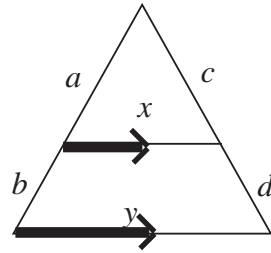
$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

Jadi diperoleh:

$$\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} = \frac{x}{y}$$

dan

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$



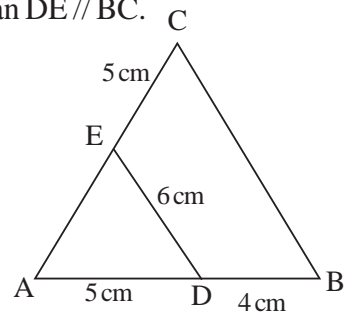
Contoh 1.9

Perhatikan gambar di samping.

Diketahui $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ dengan $DE \parallel BC$.

Hitunglah:

- panjang AE,
- panjang AC,
- panjang BC.



Penyelesaian:

- Kita gunakan perbandingan sisi seletak pada segitiga sebangun. Kita gunakan perbandingan:

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$$

$$\frac{5}{4} = \frac{AE}{5}$$

$$4 \times AE = 5 \times 5$$

$$AE =$$

Jadi panjang AE = 6,25 cm.

- $AC = AE + EC$
 $= 6,25 + 5 = 11,25 \text{ cm}$

Jadi panjang AC = 11,25 cm.

$$c. \quad \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{AD}{AB + DB} = \frac{DE}{BC}$$

$$\frac{5}{5+4} = \frac{6}{BC}$$

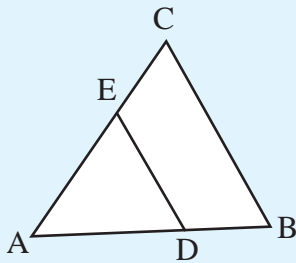
$$5 \times BC = 6 \times 9$$

$$BC = \frac{6 \times 9}{5} = \frac{54}{5} = 10,8 \text{ cm}$$

Jadi panjang $BC = 10,8 \text{ cm}$.

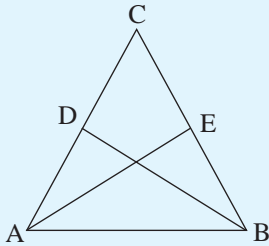
Latihan 1.5

- Selidiki apakah segitiga-segitiga dengan ukuran di bawah ini sebangun dengan segitiga yang sisi-sisinya 10 cm, 8 cm, dan 6 cm.
 - 15 cm, 20 cm, dan 25 cm
 - 24 cm, 32 cm, dan 40 cm
 - 9 cm, 12 cm, dan 14 cm
- Diketahui $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ sebangun dengan $\angle A = 31^\circ$, $\angle B = 112^\circ$, $\angle P = 37^\circ$ dan $\angle Q = 31^\circ$.
 - Tentukan $\angle C$ dan $\angle R$.
 - Apakah $\triangle ABC \sim \triangle PQR$? Jelaskan.
 - Pasangan sisi-sisi mana yang sebanding?
- Perhatikan gambar di bawah ini.



- Jika $\angle CAB = \angle EAD$, buktikan $\triangle ABC \sim \triangle ADE$.
- Hitunglah panjang AB jika $DE = 7 \text{ cm}$, $BC = 15 \text{ cm}$, dan $AE = 11 \text{ cm}$.

4. Perhatikan gambar di bawah ini.



CD dan BE merupakan garis tinggi $\triangle ABC$.

- Apakah $\triangle ABE \sim \triangle ACD$?
 - Jika $BE = 10$ cm, $BA = 14$ cm, dan $AC = 17,5$ cm, berapa panjang CD?
5. Diberikan trapesium ABCD mempunyai sisi $AB \parallel CD$. Diagonal-diagonalnya berpotongan di E.
- Buktikan bahwa $\triangle ABE \sim \triangle CED$.
 - Jika $AB = 25$ cm dan $CD = 17$ cm, tentukan $AE : EC$.

D. Penerapan Konsep Kesebangunan dalam Pemecahan Masalah

Dalam kehidupan sehari-hari banyak sekali pemanfaatan konsep kesebangunan. Pembuatan miniatur suatu bangunan, penggambaran peta suatu daerah semuanya menggunakan konsep kesebangunan. Lebih jelasnya perhatikan contoh berikut.

Contoh 1.10

Sebuah model/rancangan suatu pesawat terbang berskala $1 : 300$. Jika panjang pesawat tersebut sesungguhnya adalah 60 meter dan jarak antara kedua ujung sayapnya 18 meter, tentukan ukuran-ukuran tersebut pada model/rancangannya.

Penyelesaian:

Misal panjang pesawat pada rancangan = x

Jarak kedua ujung sayap = y

Maka:

$$\frac{x}{6.000} = \frac{1}{300}$$

$$\frac{x}{18.00} = \frac{1}{300}$$

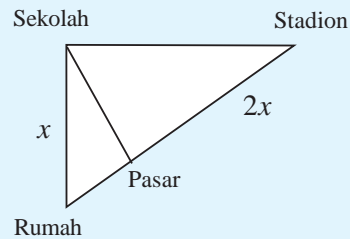
$$y = 6 \text{ cm}$$

Jadi, panjang pesawat pada rancangan adalah 20 cm dan jarak kedua ujung sayap 6 cm.

Latihan 1.6

1. Jika jarak stadion ke sekolah 9 km, jarak rumah ke sekolah x km dan jarak pasar ke stadion $2x$ km. Tentukan:

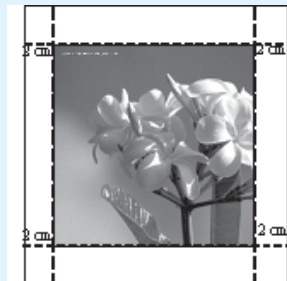
- jarak rumah ke pasar,
- jarak pasar ke stadion.



2. Sebuah gedung mempunyai bayangan 75 m di atas rumah permukaan tanah, sedangkan sebatang pohon, tingginya 9 m mempunyai bayangan 15 m. Tentukan tinggi gedung tersebut.

3. Foto dibingkai dengan ukuran $60 \text{ cm} \times 45 \text{ cm}$. Diketahui foto dengan bingkai sebangun. Jarak dari tepi kiri dan kanan bingkai 2 cm.

- Tentukan ukuran foto.
- Berapa jarak tepi atas bingkai dari tepi atas foto?

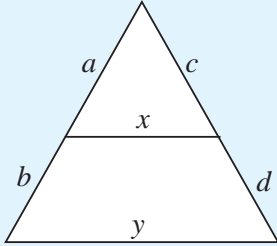


4. Tepi sebuah jendela mempunyai ukuran 100 cm dan lebar 70 cm. Jika tepi luar dan dalam jendela sebangun dan diketahui panjang tepi dalam jendela 135 cm, berapa lebar tepi dalam jendela?

5. Sebuah tiang listrik terkena sinar matahari sehingga terbentuk bayangan. Tiang tersebut diberi kawat dengan jarak 2,5 m dan membentuk bayangan 1,75 m. Berapa tinggi tiang listrik jika bayangan yang terbentuk 3,25 m?

Rangkuman

1. Dua segitiga dikatakan kongruen jika memenuhi sifat:
 - a. Sudut-sudut yang seletak sama besar.
 - b. Sisi-sisi yang seletak sama panjang.
2. Dua segitiga dikatakan sebangun jika memenuhi sifat:
 - a. Sudut-sudut yang seletak sama besar.
 - b. Sisi-sisi yang seletak sebanding.
3. Dengan konsep kesebangunan diperoleh:

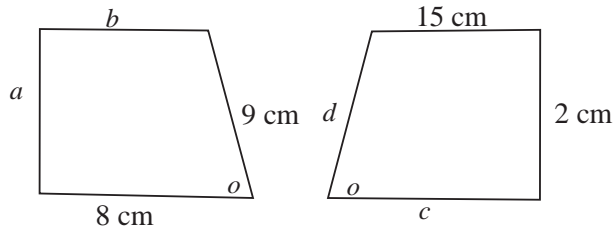


$$\frac{a}{a+b} = \frac{b}{c+d} = \frac{x}{y}$$

Uji Kompetensi

A. Pilihlah satu jawaban yang paling benar dengan cara memberi tanda silang (X) pada huruf a, b, c, atau d!

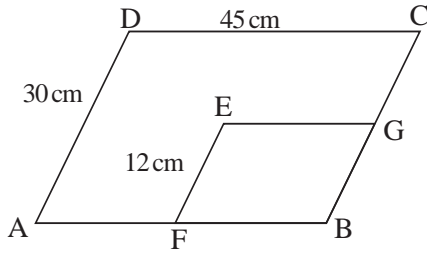
1. Perhatikan gambar berikut.



Dua bangun trapesium di atas kongruen. Nilai $a + b + c + d = \dots$

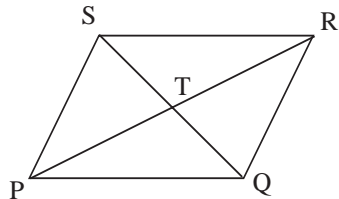
- | | |
|-------|-------|
| a. 24 | c. 56 |
| b. 34 | d. 58 |

2.

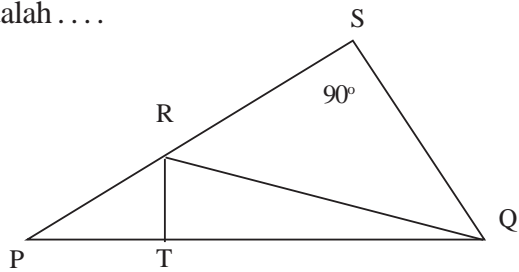


Jajargenjang ABCD sebangun dengan jajargenjang EFBG. Panjang sisi EG adalah

- a. 18 cm
 - b. 20 cm
 - c. 22 cm
 - d. 24 cm
3. Ukuran persegi panjang yang sebangun dengan persegi panjang berukuran $9 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$ adalah
- a. $14 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$
 - b. $9 \text{ cm} \times 3 \text{ cm}$
 - c. $27 \text{ cm} \times 12 \text{ cm}$
 - d. $21 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$
4. Pak Bahri membuat bingkai foto dari kayu. Bagian tepi luar bingkai berukuran $45 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$, sedangkan lebar bagian tepi dalam bingkai adalah 7 cm . Bila Pak Bahri menghendaki bagian dalam bingkai sebangun dengan bagian luar maka panjang bagian tepi dalam bingkai adalah
- a. 14 cm
 - b. 17 cm
 - c. 20 cm
 - d. 21 cm
5. Pada jajargenjang PQRS di bawah, pasangan segitiga yang kongruen adalah

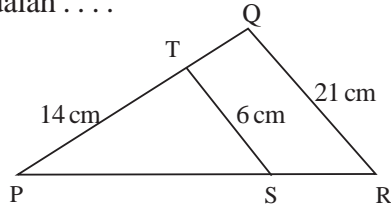


- a. $\triangle PST$ dengan $\triangle STR$
 - b. $\triangle QTR$ dengan $\triangle PQT$
 - c. $\triangle PSR$ dengan $\triangle QSR$
 - d. $\triangle PSR$ dengan $\triangle RQP$
6. Pada segitiga PQR di bawah ini $RT \perp PQ$ dan $QS \perp PR$. Yang merupakan pasangan segitiga sebangun adalah
- a. $\triangle SQR$ dengan $\triangle TQR$
 - b. $\triangle PTR$ dengan $\triangle TQR$
 - c. $\triangle PQS$ dengan $\triangle PQR$
 - d. $\triangle PTR$ dengan $\triangle PSQ$



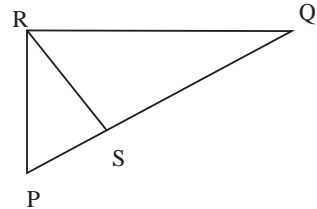
7. Pada PQR, $TS \parallel QR$. Jika panjang $PT = 14$ cm, $ST = 6$ cm, dan $QR = 21$ cm, maka panjang TQ adalah

- a. $3\frac{1}{3}$ cm
 b. 4 cm
 c. $8\frac{2}{3}$ cm
 d. 9 cm



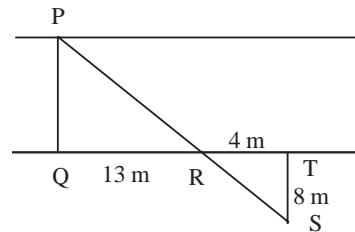
8. Segitiga PQR siku-siku dan $PS \perp RS$. Jika panjang $PR = 9$ cm dan $PQ = 18$ cm, panjang sisi PS adalah

- a. 4,5 cm
 b. 5 cm
 c. 6,5 cm
 d. 9 cm



9. Seorang pemuda menghitung lebar sungai dengan menancapkan tongkat di Q, R, S, dan T (seperti gambar) sehingga S, R, P segaris (P = benda di seberang sungai). Lebar sungai (PQ) adalah

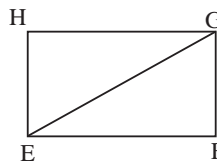
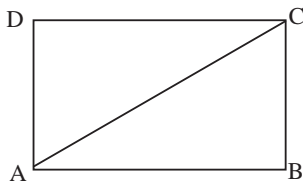
- a. 17 m
 b. 19 m
 c. 26 m
 d. 34 m



10. Gedung yang tingginya 48 m mempunyai panjang bayangan 64 m. Pada saat dan tempat yang sama sebuah tiang mempunyai panjang bayangan 18 m. Maka tinggi tiang sebenarnya adalah

- a. 13,5 cm
 b. 14,3 m
 c. 16 m
 d. 18,5 m

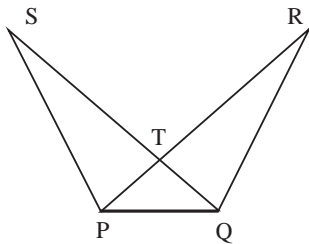
11. Perhatikan gambar di bawah ini.



Persegi panjang ABCD dan EFGH sebangun, panjang $BC = 18$ cm, $EF = 9$ cm, dan $FG = 6$ cm. Panjang AB adalah

- a. 20 cm
 b. 27 cm
 c. 42 cm
 d. 58 cm

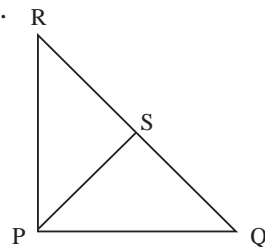
12. Dua bangun berikut yang pasti sebangun adalah
- dua persegi
 - dua belah ketupat
 - dua segitiga sama kaki
 - dua persegi panjang
13. Ukuran persegi panjang yang sebangun dengan persegi panjang berukuran $24 \text{ cm} \times 8 \text{ cm}$ adalah
- $8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
 - $6 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$
 - $4 \text{ cm} \times 4 \text{ cm}$
 - $5 \text{ cm} \times 7 \text{ cm}$
14. Perhatikan gambar di bawah ini.



Pada gambar tersebut $PT = QT$, $ST = RT$, dan $PR = QS$. Banyak pasangan segitiga yang kongruen adalah

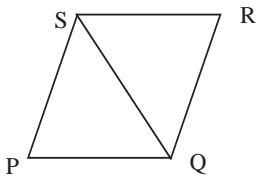
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
15. Pada gambar di bawah, ΔPQS dikatakan kongruen dengan ΔPRS sebab memenuhi syarat dua segitiga kongruen, yaitu

- sisi, sisi, sisi
- sisi, sisi, sudut
- sisi, sudut, sisi
- sudut, sisi, sudut



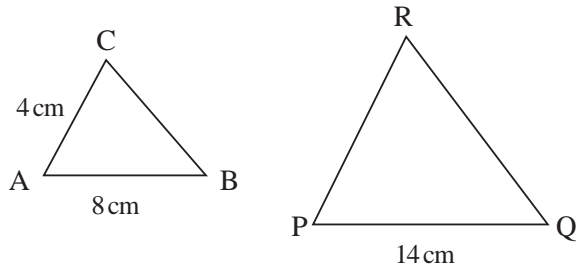
B. Jawablah pertanyaan-pertanyaan di bawah ini dengan benar!

1. Perhatikan gambar berikut ini.



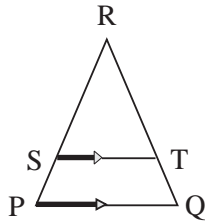
Diketahui panjang $PQ = RS$ dan $PS = QR$. Jika ΔPQS dan ΔRSQ kongruen, tentukan pasangan sudut yang sama besar.

2.



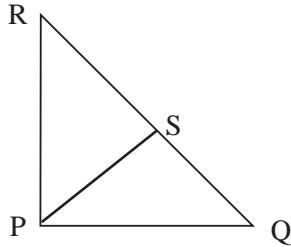
Pada gambar di atas $\triangle ABC$ sebangun dengan $\triangle PQR$. Berapakah panjang sisi PR ?

3.



Gambar di atas menunjukkan $\triangle PQR$ dengan $ST \parallel PQ$. Bila diketahui panjang $RS = 12\text{ cm}$, $PS = 4\text{ cm}$, dan $ST = 6\text{ cm}$, berapakah panjang PQ ?

4.



Gambar di atas menunjukkan $\triangle PQR$ dengan $PS \perp QR$. Bila panjang $QR = 16\text{ cm}$ dan $SQ = 9\text{ cm}$, berapakah panjang PQ ?

5. Seorang anak yang tingginya $1,4\text{ m}$ berdiri pada jarak 6 m dari tiang lampu. Jika panjang bayangan anak itu oleh sinar lampu adalah 4 m , berapakah tinggi tiang lampu sebenarnya?